



Katedra Informatyki Stosowanej  
Politechnika Łódzka



# Lingwistyka Matematyczna

Teoria automatów

© Dr inż. Lidia Jackowska - Strumiłło

## Automat skończony

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

gdzie:

$Q$  – skończony zbiór stanów,

$\Sigma$  – skończony alfabet wejściowy,

$\delta$  – funkcja przejścia odwzorowująca

$$Q \times \Sigma \text{ w } Q,$$

$q_0$  – stan początkowy,

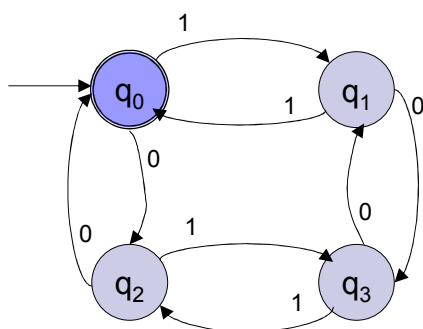
$F$  – zbiór stanów końcowych.

## Automat skończony

1 0 0 1 0 1 0 0

sterowanie  
skończone

## Automat skończony



$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \Sigma = \{0, 1\}$

$F = q_0$

$\delta$	0	1
$q_0$	$q_2$	$q_1$
$q_1$	$q_3$	$q_0$
$q_2$	$q_0$	$q_3$
$q_3$	$q_1$	$q_2$

Diagram przejść i tabela z funkcją przejścia  $\delta(q,a)$

Słowa należące do  $L(M)$ : 11, 00, 1010, 0101, 110101, 010001, ...

# Maszyna Turinga



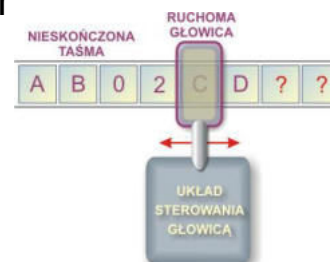
Alan Turing

Maszyna Turinga jest bardzo prostym abstrakcyjnym modelem matematycznym komputera.

# Maszyna Turinga

Z czego składa się maszyna Turinga

- Nieskończona taśma – pamięć
- Ruchoma głowica – układ wejścia/wyjścia
- Układ sterujący – procesor



## Maszyna Turinga – model podstawowy

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Theta, F)$$

gdzie:

$Q$  – skończony zbiór stanów,

$\Gamma$  – alfabet taśmy - skończony zbiór dopuszczalnych symboli taśmowych,

$\Theta$  – symbol pusty należący do  $\Gamma$ ,

$\Sigma$  – alfabet wejścia - zbiór symboli wejściowych,  $\Sigma \subset \Gamma - \{\Theta\}$

$q_0$  – stan początkowy należący do  $Q$ ,

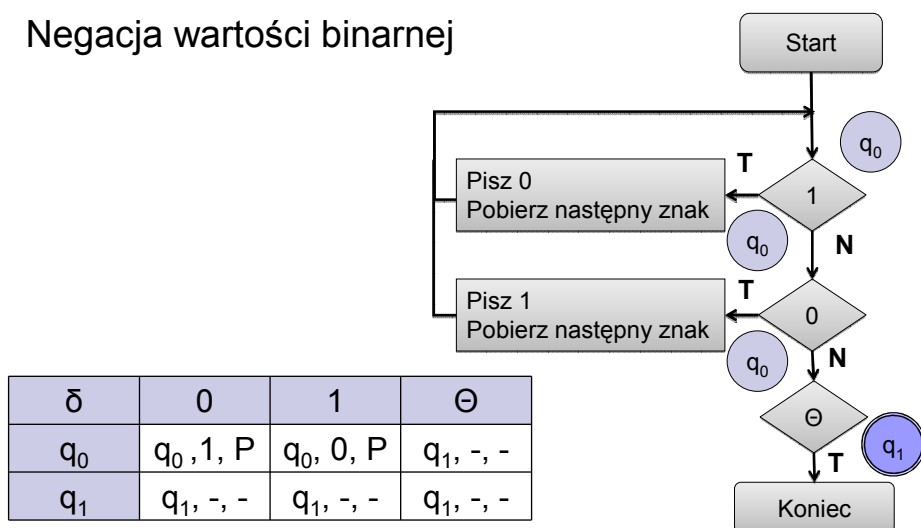
$F$  – zbiór stanów końcowych

$\delta$  – funkcja przejścia,  $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, P\}$ ,

przy czym symbole L i P oznaczają kierunek ruchu głowicy w lewo lub w prawo.

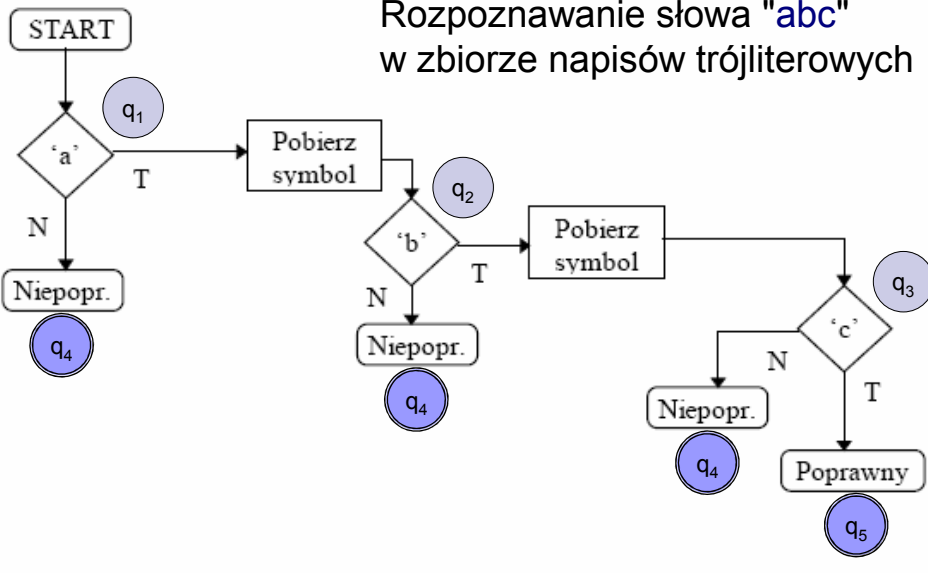
## Maszyna Turinga - przykładowy program

Negacja wartości binarnej



## Maszyna Turinga – przykład 2

Rozpoznawanie słowa "abc" w zbiorze napisów trójliterowych



## Maszyna Turinga – przykład 2

$\delta$	a	b	c
q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub> , -, P	q <sub>4</sub> , -, -	q <sub>4</sub> , -, -
q <sub>2</sub>	q <sub>4</sub> , -, -	q <sub>3</sub> , -, P	q <sub>4</sub> , -, -
q <sub>3</sub>	q <sub>4</sub> , -, -	q <sub>4</sub> , -, -	q <sub>5</sub> , -, -
q <sub>4</sub>	q <sub>4</sub> , -, -	q <sub>4</sub> , -, -	q <sub>4</sub> , -, -
q <sub>5</sub>	q <sub>5</sub> , -, -	q <sub>5</sub> , -, -	q <sub>5</sub> , -, -

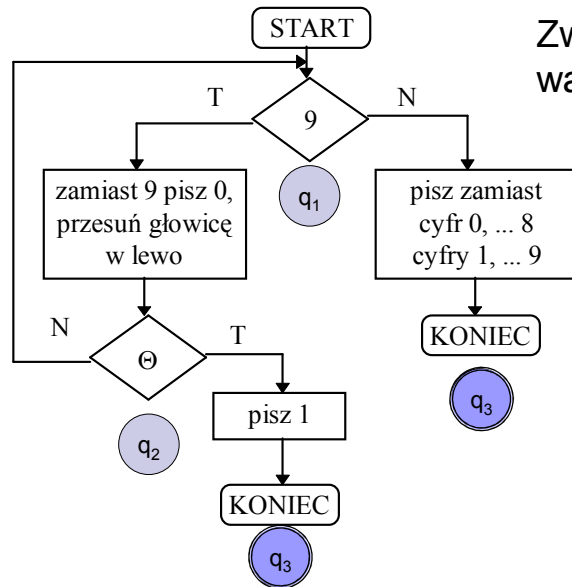
oznaczenia:

P – przesunąć głowicę w prawo i pobrać kolejny symbol,

q<sub>4</sub> – stan odrzucający, q<sub>5</sub> – stan akceptujący.

## Maszyna Turinga – przykład 3

Zwiększenie  
wartości liczby o 1.



## Maszyna Turinga – przykład 3

$\delta$	9	$\Theta$	0	1	...	8
$q_1$	$q_2, 0, L$	-	$q_3, 1, -$	$q_3, 2, -$	...	$q_3, 9, -$
$q_2$	$q_1, -, -$	$q_3, 1, -$	$q_1, -, -$	$q_1, -, -$	...	$q_1, -, -$
$q_3$	$q_3, -, -$	$q_3, -, -$	$q_3, -, -$	$q_3, -, -$	...	$q_3, -, -$

Stan maszyny	$q_1$	$q_2$	$q_1$	$q_3$
Stan taśmy	89	80	80	90
	$-\uparrow$	$\uparrow-$	$\uparrow-$	$\uparrow-$

## ONP – Odwrotna Notacja Polska

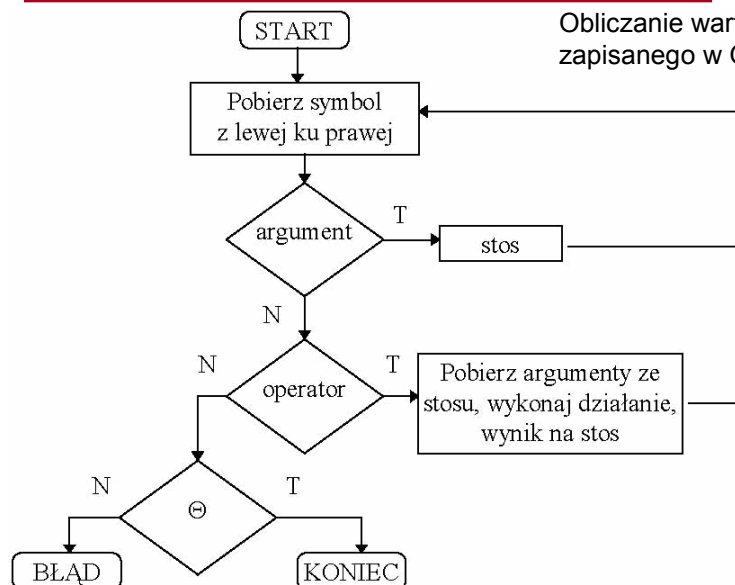
Notacja wrostkowa	Notacja przyrostkowa (ONP)
$x+y$	$xy+$
$(x-y)+z$	$xy-z+$
$x-(y+z)$	$xyz+-$
$x*(y+z)*w$	$xyz+*w*$



Jan Łukasiewicz

## ONP – Odwrotna Notacja Polska

Obliczanie wartości wyrażenia zapisanego w ONP



## ONP – Odwrotna Notacja Polska - przykład

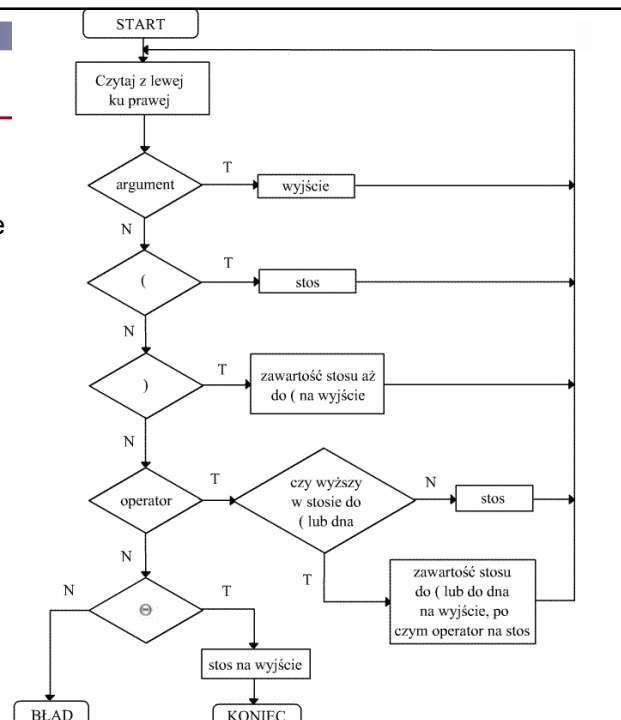
Obliczanie wartości wyrażenia zapisanego w ONP

3 5 \* 1 + 2 /

Wejście	Stos	Wyjście
3	3	
5	3 5	
*	15	
1	15 1	
+	16	
2	16 2	
/	8	
⊖		8

## ONP

Konwersja wyrażenia zapisanego w arytmetyce nawiasowej na ONP





## ONP – Odwrotna Notacja Polska - przykład

Konwersja wyrażenia zapisanego w arytmetyce nawiasowej na ONP

$(3*5+1)/2$

Wejście	Stos	Wyjście
(	(	
3	(	3
*	(*	
5	(*	5
+	(+	*
1	(+	1
)		+
/	/	
2	/	2
⊖		/

3 5 \* 1 + 2 /