

Katedra Informatyki Stosowanej

Automatyzacja Obliczeń Inżynierskich

Laboratorium

Ćwiczenie 5.

Wykorzystanie środowiska MATHCAD do symbolicznych obliczeń matematycznych. Część 1.

Opracował: dr hab. inż. Jacek Kucharski

dr inż. Piotr Urbanek

Przykład obliczeń w Mathcadzie

Przykład: Pierwiastki trójmianu kwadratowego:

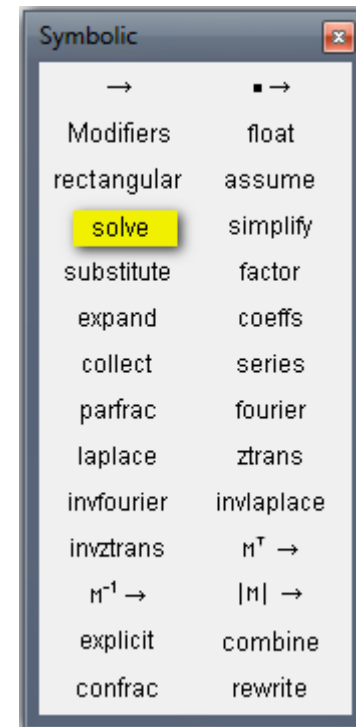
$$-2x^2 - 4x + 5 = 0$$

to:

$$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{14}}{2} - 1 \\ -\frac{\sqrt{14}}{2} - 1 \end{pmatrix}$$

+

$$-2x^2 - 4x + 5 \text{ solve} \rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{14}}{2} - 1 \\ \frac{\sqrt{14}}{2} - 1 \end{pmatrix}$$



Przykład: Obliczanie objętości sześcianu o boku a

Objętość sześcianu:

$$V(a) := a^3$$

$$V(4) = 64$$

$$V(4.3\text{cm}) = 79.507\text{ cm}^3$$

$$V(43\text{mm}) = 7.951 \times 10^4\text{ mm}^3$$

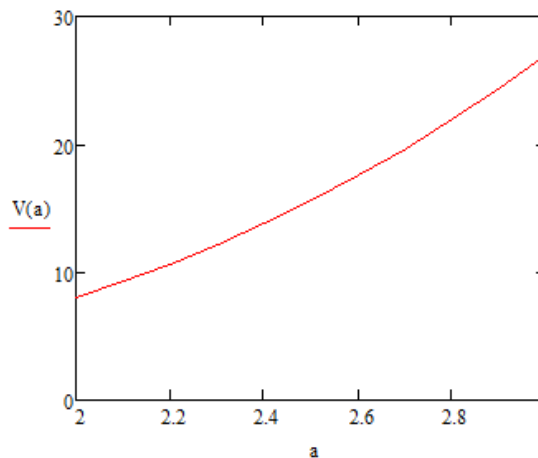
a := 2,2.1..3

a =

2
2.1
2.2
2.3
2.4
2.5
2.6
2.7
2.8
2.9
3

V(a) =

8
9.261
10.648
12.167
13.824
15.625
17.576
19.683
21.952
24.389
27



Zmienne indeksowane

`t := 0,1..7`

Tablicę t wprowadzamy w następujący sposób:
`t:0,1;7`

$$f(t) := 2 \frac{\sin(t)}{t^2 + 0.1}$$

Wzór z lewej strony wprowadza się w następujący sposób:
`f(t):2sin(t)/t^2 spacja +0.1`

Wyniki obliczeń uzyskuje się poprzez polecenie:
`nazwa_zmiennej=, np. t=, f(t)=`

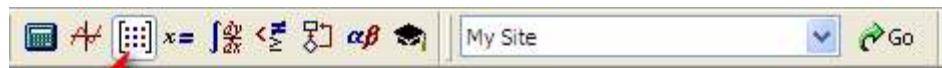
t =

0
1
2
3
4
5
6
7

f(t) =

0
1.53
0.444
0.031
-0.094
-0.076
-0.015
0.027

Definiowanie macierzy



1



2



3

Działania na macierzach

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 6 & 3 & 1 \\ 6 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} 12 & 3 & 1 \\ 6 & 4 & -1 \\ 6 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$C := A \cdot B$$

$$D := \frac{A}{B}$$

$$C = \begin{pmatrix} 48 & 11 & 3 \\ 96 & 26 & 6 \\ 168 & 10 & 26 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 7.667 & -9.958 & -5.208 \\ 3 & -3.25 & -1.75 \\ 23 & -30.25 & -14.75 \end{pmatrix}$$

$$d1 := B^{-1}$$

$$d1 = \begin{pmatrix} -0.333 & 0.542 & 0.292 \\ 1 & -1.25 & -0.75 \\ 2 & -2.75 & -1.25 \end{pmatrix}$$

$$D1 := A \cdot d1$$

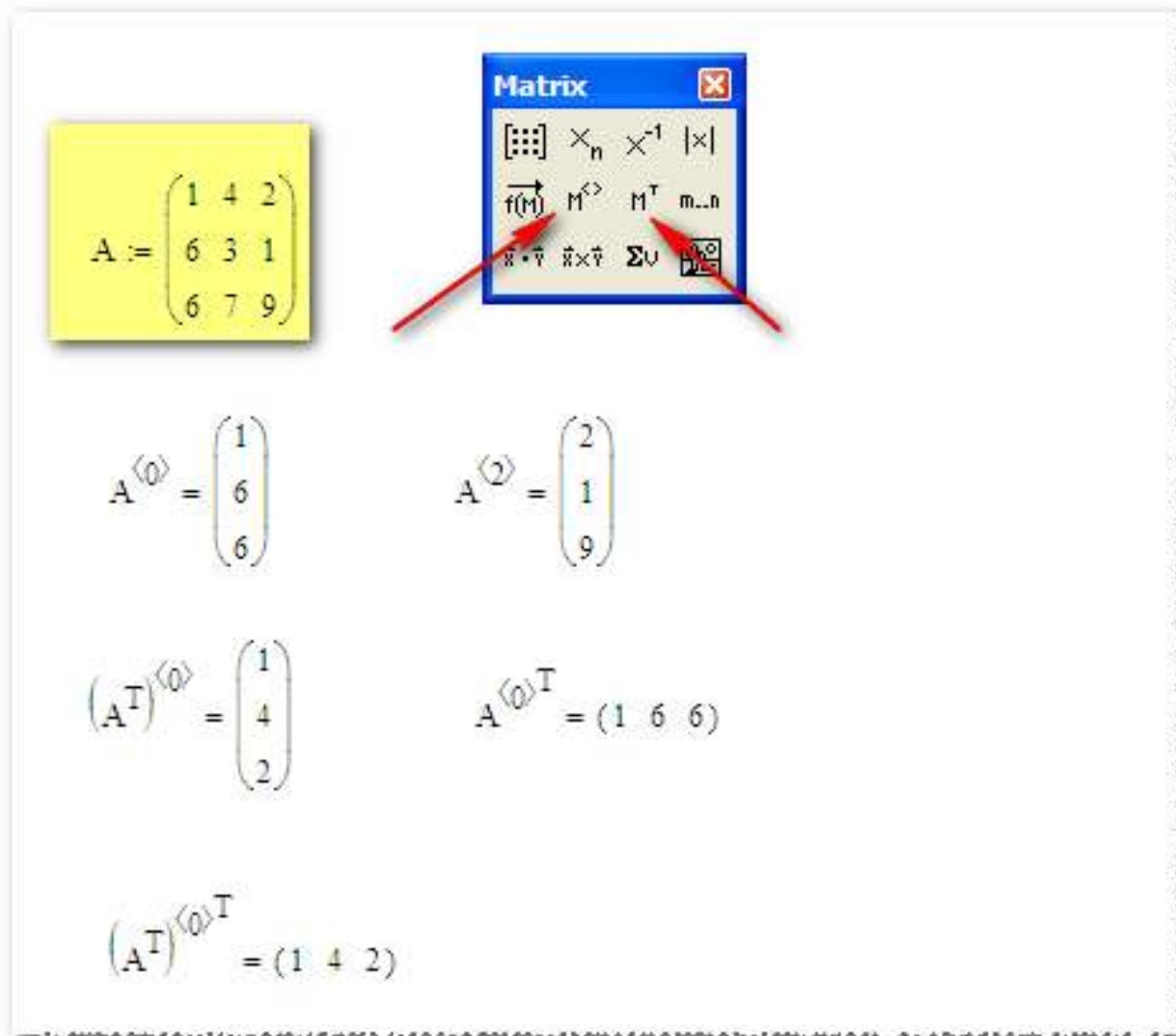
$$D1 = \begin{pmatrix} 7.667 & -9.958 & -5.208 \\ 3 & -3.25 & -1.75 \\ 23 & -30.25 & -14.75 \end{pmatrix}$$

Wektoryzacja działań

$$\overrightarrow{(A \cdot B)} = \begin{pmatrix} 12 & 12 & 2 \\ 36 & 12 & -1 \\ 36 & -28 & 27 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{\left(\frac{A}{B}\right)} = \begin{pmatrix} 0.083 & 1.333 & 2 \\ 1 & 0.75 & -1 \\ 1 & -1.75 & 3 \end{pmatrix}$$

Pobieranie elementów macierzy



The image shows a software interface for matrix operations. On the left, a yellow box contains the matrix $A := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 6 & 3 & 1 \\ 6 & 7 & 9 \end{pmatrix}$. To its right is a blue window titled "Matrix" with a grid of icons for various operations: $\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$, \times_n , \times^{-1} , $|\times|$, $f(\vec{m})$, $M^{\langle i \rangle}$, M^T , $m..n$, $\vec{m} \cdot \vec{v}$, $\vec{m} \times \vec{v}$, ΣU , and a matrix icon. Red arrows point from the $M^{\langle i \rangle}$ and M^T icons to the corresponding mathematical expressions below.

$A^{\langle 1 \rangle} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$ $A^{\langle 2 \rangle} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix}$

$(A^T)^{\langle 1 \rangle} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ $A^{\langle 0 \rangle T} = (1 \ 6 \ 6)$

$(A^T)^{\langle 0 \rangle T} = (1 \ 4 \ 2)$

Podstawianie zmiennych i upraszczanie wyrażeń

$b := 2a + 5$

$y := \frac{5b + 4}{-2b + 4a - 17}$

$y \rightarrow \frac{9}{4 \cdot a - 19}$

+

Symbolic

→	▪ →
Modifiers	float
rectangular	assume
solve	simplify
substitute	factor
expand	coeffs

UPRASZCZANIE WYRAŻEŃ ZA POMOCĄ POLECENIA:
SYMBOLICS | SIMPLIFY

$$\frac{z^3 + \frac{1}{z}}{z^2}$$

Rozwiązanie =

$$z + \frac{1}{z^3}$$

$$\frac{z^5 + 2z - 4}{z^2 + 3z^2 - 5z}$$

$$\frac{z^5 + 2 \cdot z - 4}{z \cdot (4 \cdot z - 5)}$$

+

Rozwijanie wyrażeń

ROZWIJANIE WYRAŻEŃ ZA POMOCĄ POLECENIA:
SMBOLICS | EXPAND

$$\sin(2\alpha)$$

$$2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha)$$

$$\cos(\alpha - \beta)$$

$$\cos(\beta) \cdot \cos(\alpha) + \sin(\beta) \cdot \sin(\alpha)$$

$$\sin(\alpha + \beta)$$

$$\cos(\beta) \cdot \sin(\alpha) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

Pierwiastki wielomianu

PIERWIASKI WIELOMIANÓW:

POLECENIE: **SYMBOLICS** | **VARIABLE** | **SOLVE**

$$21x^2 + 6x - 4$$

$$\left(\begin{array}{l} -\frac{\sqrt{93}}{21} - \frac{1}{7} \\ \frac{\sqrt{93}}{21} - \frac{1}{7} \end{array} \right)$$

$$21x^2 + 6x - 4 = 0$$

Ctrl =

+

$$\left(\begin{array}{l} \frac{\sqrt{93}}{21} - \frac{1}{7} \\ -\frac{\sqrt{93}}{21} - \frac{1}{7} \end{array} \right)$$

Rozwiązanie w postaci symbolicznej:

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

$$\left(\begin{array}{l} \frac{b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \\ \frac{b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right)$$

Tworzenie wielomianu w postaci zredukowanej według dowolnej zmiennej:

SYMBOLICS | VARIABLE | CONVERT TO PARTIAL FRACTION

$$2z^2 + (b \cdot z)^2 - 2z + 3b \cdot z + b - 1$$

+

Wg zmiennej z:

$$(b^2 + 2) \cdot z^2 + (3 \cdot b - 2) \cdot z + b - 1$$

Wg zmiennej b

$$z^2 \cdot b^2 + (3 \cdot z + 1) \cdot b + 2 \cdot z^2 - 2 \cdot z - 1$$

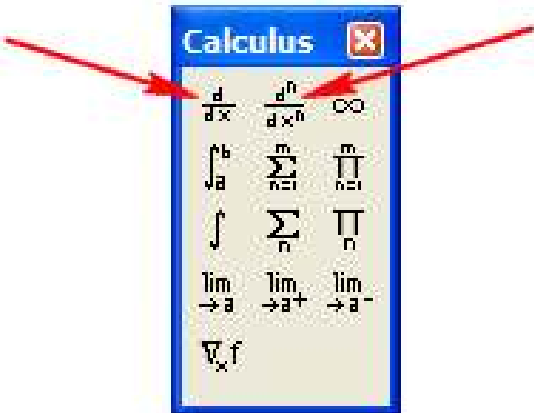
Obliczanie pochodnej

$$\frac{d}{dx} \sin(x) \rightarrow \cos(x)$$

$$\frac{d}{dx} ((\sin(x) \cdot \cos(x))) \rightarrow \cos(x)^2 - \sin(x)^2$$

$$\frac{d}{dx} (2 \cdot x^2 + 5 \cdot x) \rightarrow 4 \cdot x + 5$$

$$\frac{d^2}{dx^2} ((\sin(2 \cdot x) dx)) \rightarrow -4 \cdot dx \cdot \sin(2 \cdot x)$$



Calculus		
$\frac{d}{dx}$	$\frac{d^n}{dx^n}$	∞
\int_a^b	$\sum_{n=1}^m$	$\prod_{n=1}^m$
\int	\sum_n	\prod_n
$\lim_{\rightarrow a}$	$\lim_{\rightarrow a^+}$	$\lim_{\rightarrow a^-}$
$\nabla_x f$		

+

Obliczanie całki nieoznaczonej i oznaczonej

$$\int \cos(x) dx \rightarrow \sin(x)$$

$$\int 2x \cdot \sin(x) dx \rightarrow 2 \cdot \sin(x) - 2 \cdot x \cdot \cos(x)$$

$$\int_n^{\infty} e^{-x} dx \rightarrow 1$$

$$\int_0^4 (2 \cdot x^3 + 5) dx \rightarrow 148$$

+

Calculus		
$\frac{d}{dx}$	$\frac{d^n}{dx^n}$	∞
\int_a^b	$\sum_{i=1}^m$	$\prod_{i=1}^m$
\int	\sum_n	\prod_n
$\lim_{\rightarrow a}$	$\lim_{\rightarrow a^+}$	$\lim_{\rightarrow a^-}$
$\nabla_x f$		