

Obliczenia symboliczne

Obliczenia symboliczne

- ◎ Obliczenia można wykonywać na liczbach lub na symbolach.
- ◎ Obliczenia na liczbach nazywają się z **obliczeniami numerycznymi** a obliczenia na symbolach **symbolicznymi**.

Obliczenia symboliczne są to operacje matematyczne wykonywane na wyrażeniach matematycznych.

– *Przykład*

- uproszczenie równania $x^3 + 2 \cdot x - 5 \cdot x$ daje wynik $x^3 - 3 \cdot x$
- obliczenie całki nieoznaczonej $\int x dx$ - wynikiem jest $x^2/2 + C$

- ◎ **Matlab** – firmy **MathWorks**. Program, którego domeną nie są obliczenia symboliczne, ale obliczenia numeryczne oparte na macierzach.
- ◎ Posiada jednak dodatkowy moduł do obliczeń symbolicznych (*Symbolic Math Toolbox*).

Obliczenia numeryczne a symboliczne

obliczenia numeryczne

```
>> a = sqrt(2)
a =
1.4142

>> b = 2/5
b =
0.4000

>> r = a^3 + b^2 + c
??? Undefined function or variable 'a'.

>> r = 'a^3 + b^2 + c'
r =
a^3 + b^2 + c
```

obliczenia symboliczne [sym]

```
>> a = sym(sqrt(2))
a =
2^(1/2)

>> b = sym(2/5)
b =
2/5

>> r=sym(a^3 + b^2 + c)
??? Undefined function or variable 'a'.

>> r = sym('a^3 + b^2 + c')
r =
a^3 + b^2 + c
```

Wynik wyrażenia symbolicznego

Aby uzyskać wynik wyrażenia symbolicznego można posłużyć się jedną z funkcji:

- **subs**
- **eval**
- **double**

Przykłady		
subs	eval	double
f=sym(2*sqrt(2))		
w = subs(f) w= 2.8284	w = eval(f) w = 2.8284	w = double(f) w = 2.8284
f = sym('a^2 + b')		
w = subs(f,{'a','b'},{5,3}) w = 28	a = 5; b = 3; w = eval(f) w = 28	—
w = subs(f,'a',5) w = 25+b	a = 5; w = eval(f) Undefined variable 'b'	—
w = subs(f,'b',3) w = a^2 + 3	b = 3; w = eval(f) Undefined variable 'a'	—

Tworzenie zmiennych i wyrażeń

W Matlabie są dwa polecenia do tworzenia zmiennych i wyrażeń symbolicznych: **sym** lub **syms**.

f=ax² + bx +c. Obliczyć wyrażenie dla a=5.

Sposób 1) wyrażenie symboliczne:

```
>> f = sym('a*x^2 + b*x + c')  
f = a*x^2 + b*x + c  
>> subs(f, 'a', 5)  
f = 5*x^2 + b*x + c
```

Sposób 2) zmienne symboliczne:

```
>> syms a b c x  
>> f = a*x^2 + b*x + c  
f = a*x^2 + b*x + c  
>> subs(f, a, 5)  
f = 5*x^2 + b*x + c
```

Wyrażenie, w skład którego wchodzi **zmienne symboliczne** jest **wyrażeniem symbolicznym**.

Polecenia pretty oraz ezplot

```
>> syms x
>> licznik = x^5+7*x^3+x -1;
>> mianownik = 3*x^6-x^2+3;
>> f=licznik/mianownik
f =
(x^5+7*x^3+x-1) / (3*x^6-x^2+3)
```

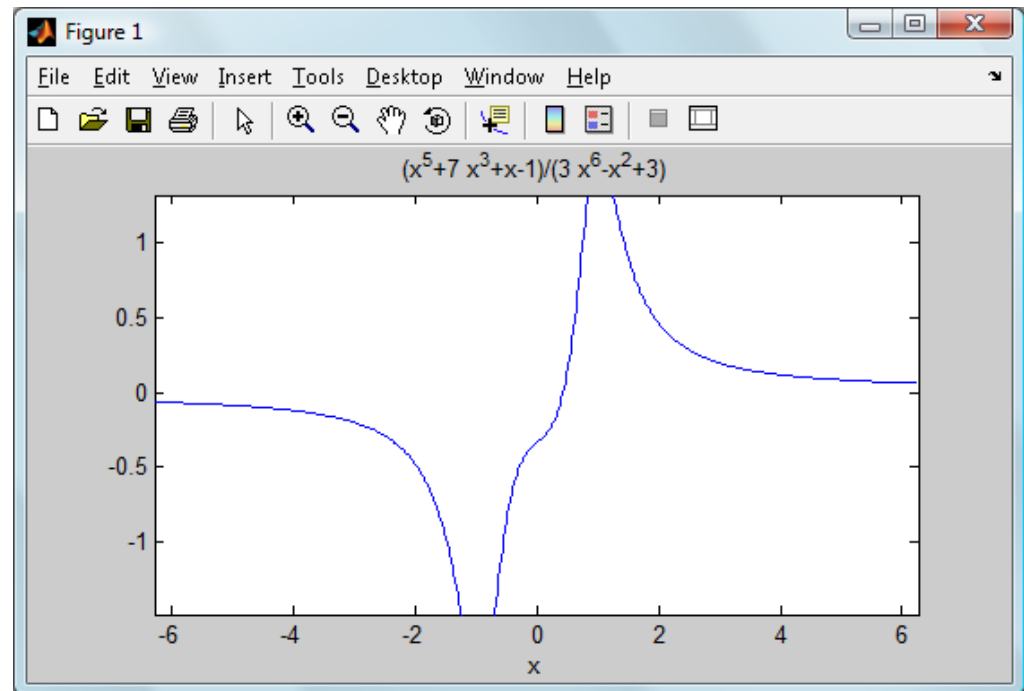
Wyświetlanie wyrażenia symbolicznego

```
>> pretty(f)
```

$$\frac{x^5 + 7x^3 + x - 1}{3x^6 - x^2 + 3}$$

Wykres funkcji

```
>> ezplot(f)
```



Polecenie subs

Polecenie **subs** umożliwia podstawienie wyrażenia numerycznego do wyrażenia symbolicznego.

```
>> syms x
>> f = 2*x^2 - 3*x + 1
```

Aby podstawić wartość $x=2$

```
>> subs(f, 2)
>> ans = 3
```

Jeżeli wyrażenie zawiera więcej niż jedną zmienną!

```
>> syms x y
>> f = x^2*y + 5*x*sqrt(y)
```

Aby podstawić wartość $x=3$ do wyrażenia symbolicznego

```
>> subs(f, x, 3)
>> ans = 9*y+15*y^(1/2)
```

lub podstawiając $y=3$

```
>> subs(f, y, 3)
>> ans = 3*x^2+5*x*3^(1/2)
```

Polecenie diff - różniczkowanie

```
syms x
f = sin(5*x)
```

Różniczka (pochodna) pierwszego stopnia z funkcji f względem x

```
>> diff(f)
ans = 5*cos(5*x)
```

Różniczka (pochodna) drugiego rzędu po x:

```
>> diff(f,2) lub diff(diff(f))
ans = -25*sin(5*x)
```

```
>> syms x n
>> f = x^n;
>> w = diff(f)
w = x^n*n/x
```

Aby uprościć wyrażenie można użyć polecenia `simplify`

```
>> w = simplify(w)
w = x^(n-1)*n
>> simplify(sym('cos(x)^2 + sin(x)^2'))
ans = 1
```


Polecenie diff – różniczkowanie c.d.

- Różniczkowanie cząstkowe wyrażenia według podanej zmiennej

```
>> syms omega t
```

```
>> f = sin(omega*t);
```

Różniczka (pochodna) cząstkową $\partial f / \partial t$

```
>> diff(f, t)
```

```
ans = cos(omega*t)*omega
```

Drugą pochodną z wyrażenia f względem t

```
>> diff(f, t, 2)
```

```
ans = -sin(omega*t)*omega^2
```

- Operacje na macierzach

```
>> syms a x
```

```
>> A = [cos(a*x), sin(a*x); -sin(a*x), cos(a*x)]
```

```
A =
```

```
 [ cos(a*x),  sin(a*x) ]
```

```
 [ -sin(a*x),  cos(a*x) ]
```

```
>> diff(A)
```

```
ans =
```

```
 [ -sin(a*x)*a,  cos(a*x)*a ]
```

```
 [ -cos(a*x)*a, -sin(a*x)*a ]
```

Polecenie int - całkowanie

```
>> syms x t a b n
```

Całka nieoznaczona z funkcji f względem x

```
>> f = x^n
```

```
>> int(f) lub int(f,x)
```

```
ans = x^(n+1)/(n+1)
```

$$\int x^n dx = \frac{x^{(n+1)}}{n+1}$$

Całka nieoznaczona z funkcji f względem t

```
>> f = cos(a*t+b);
```

```
>> int(f) lub int(f,t)
```

```
ans = 1/a*sin(a*t+b)
```

$$\int \cos(at + b) dt = \frac{1}{a \sin(at + b)}$$

Całka oznaczona funkcji f w przedziale <0;1> względem x

```
>> f = x^3
```

```
>> int(f,0,1) lub int(f,x,0,1)
```

```
ans = 1/4
```

$$\int_0^1 x^3 dx = \frac{1}{4}$$

Polecenie solve

Równania

```
syms a b c x
x = solve(a*x^2 + b*x + c);           % (1)
x = solve('a*x^2 + b*x + c = 0');
pretty(x)

x = solve('p*sin(x) = r')           % (2)

[x,y] = solve( 'x^2 + x*y + y = 3',
               'x^2 - 4*x + 3 = 0')  % (3)

[a,u,v] = solve('a*u^2 + v^2',
               'u - v = 1',
               'a^2 - 5*a + 6')     % (4)
```

$$1) ax^2 + bx + c = 0$$

$$2) p \sin(x) = r$$

$$3) \begin{cases} x^2 + xy + y = 3 \\ x^2 + 4x + 3 = 0 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} au^2 + v^2 = 0 \\ u - v = 1 \\ a^2 - 5a + 6 = 0 \end{cases}$$

Polecenie **det** – wyznacznik macierzy

```
syms a b c d  
>> A=[a b;c d]  
A =  
[ a, b]  
[ c, d]
```

```
>> wyzn = det(A)  
wyzn =  
a*d-b*c
```

```
>> wyzn = subs(wyzn,a,3)  
wyzn =  
3*d-b*c
```

```
>> d=4; b=2; c=5;  
>> wyzn = subs(wyzn)  
wyzn =  
2
```

Polecenie solve

Równania

```
syms a b c x
x = solve(a*x^2 + b*x + c);           % (1)
x = solve('a*x^2 + b*x + c = 0');
pretty(x)

x = solve('p*sin(x) = r')           % (2)

[x,y] = solve( 'x^2 + x*y + y = 3',
               'x^2 - 4*x + 3 = 0')  % (3)

[a,u,v] = solve('a*u^2 + v^2',
               'u - v = 1',
               'a^2 - 5*a + 6')     % (4)
```

$$1) ax^2 + bx + c = 0$$

$$2) p \sin(x) = r$$

$$3) \begin{cases} x^2 + xy + y = 3 \\ x^2 + 4x + 3 = 0 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} au^2 + v^2 = 0 \\ u - v = 1 \\ a^2 - 5a + 6 = 0 \end{cases}$$

Polecenie **det** – wyznacznik macierzy

```
syms a b c d  
>> A=[a b;c d]
```

```
A =  
[ a, b]  
[ c, d]
```

```
>> wyzn = det(A)
```

```
wyzn =  
a*d-b*c
```

```
>> wyzn = subs(wyzn,a,3)
```

```
wyzn =  
3*d-b*c
```

```
>> d=4; b=2; c=5;
```

```
>> wyzn = subs(wyzn)
```

```
wyzn =  
2
```

Polecenia `expand`, `collect` i `simplify`

```
>> syms a b c d x s
```

```
>> f = (a+b)^2
```

```
>> expand(f) %rozwiniecie wzoru
```

```
ans =
```

```
a^2+2*a*b+b^2
```

```
>> f = a*s + b*s + c*s + d
```

```
>> collect(f, s) %grupowanie wyrazow we wzorze
```

```
ans =
```

```
(a+b+c)*s+d
```

```
>> f = 1 / (1 + 1 / (1 + 1/x))
```

```
>> simplify(f) %upraszczanie wzoru
```

```
ans = (x+1) / (2*x+1)
```